

И. Б. Бадриев, М. Т. Сингатуллин

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,
ildar.badriev1@mail.ru, m.t.singatullin@gmail.com*

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧ ПОДЗЕМНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ВЫСОКОВЯЗКИХ ЖИДКОСТЕЙ С МНОГОЗНАЧНЫМ ЗАКОНОМ ФИЛЬТРАЦИИ

Изучаются установившиеся процессы подземной фильтрации несжимаемых высоковязких жидкостей, следующих многозначным законам фильтрации с предельным градиентом [1]. Обобщенные постановки задач формулируются в виде смешанных вариационных неравенств с обратно сильно монотонным оператором и выпуклым, липшиц-непрерывным, вообще говоря, недифференцируемым, функционалом. К указанным задачам сводятся задачи об определении границ предельно-равновесных целиков остаточной вязко-пластической нефти [2].

Для решения вариационных неравенств с операторами монотонного типа предложены итерационные методы расщепления, не требующие обращения исходного оператора. Основную трудность при этом представляет решение возникающих на каждой итерации задач минимизации. В случае задач фильтрации эту задачу удалось решить в явном виде благодаря тому, что можно эффективно вычислить субдифференциал функционала, сопряженного к минимизируемому. При этом каждый шаг итерационного процесса сводится фактически к решению краевой задачи для оператора Лапласа.

Следует отметить, что предложенные методы позволяют находить приближенные значения не только самого решения, но и его характеристик, для задач фильтрации – это прибли-

женные значения градиента решения, а также приближенные значения скоростей фильтрации на множествах, соответствующих точкам многозначности в законе фильтрации (в частности, с помощью приближенных значений градиента решения можно определять границы предельно-равновесных целиков остаточной вязко-пластической нефти), что весьма полезно с практической точки зрения.

Был разработан комплекс программ в среде MatLab. Проведены численные эксперименты для модельных задач. Исследована зависимость границ застойных зон (множеств в области фильтрации, где модуль градиента давления меньше предельного, т. е. движение фильтрующейся жидкости отсутствует) от величины скачка в многозначном законе фильтрации.

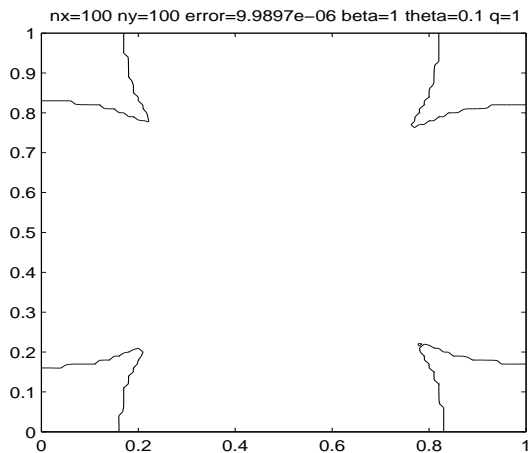


Рис. 1.

На рисунках 1–5 изображены границы застойных зон в случае фильтрации в квадратном единичном пласте при наличии скважины с дебитом $q = 1$ в центре пласта. Значение предельного градиента β равно 1, значение θ величины скачка в

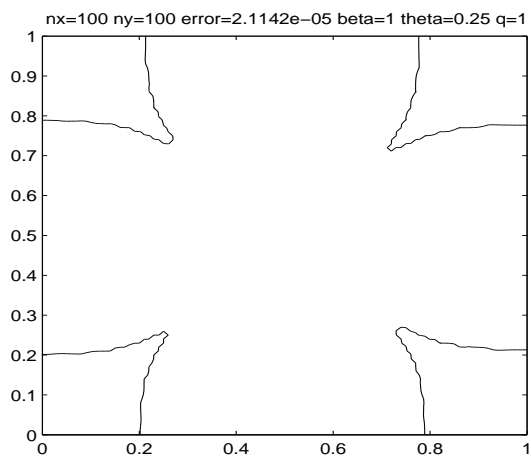


Рис. 2.

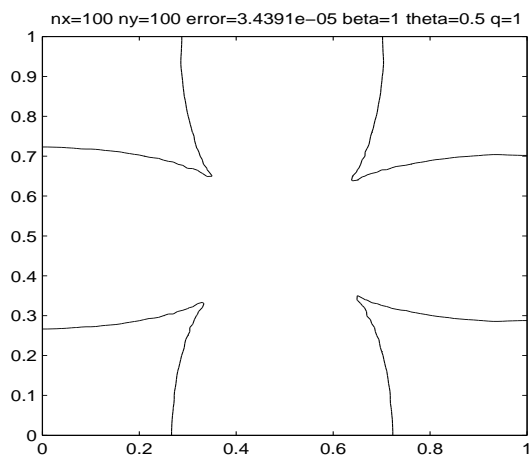


Рис. 3.

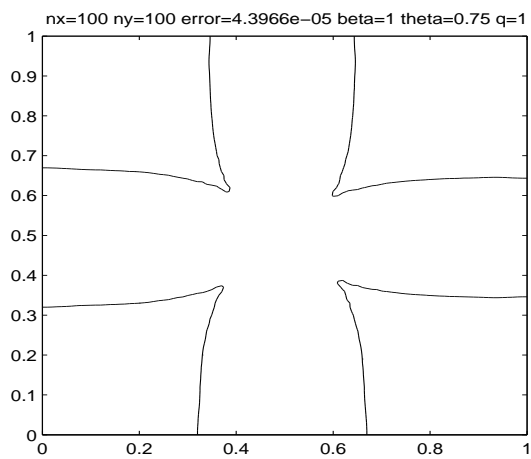


Рис. 4.

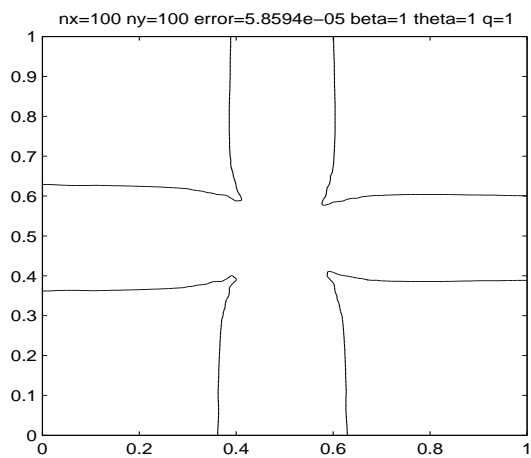


Рис. 5.

многозначном законе фильтрации менялось от 0.1 до 1. Как видно из рисунков, застойные зоны при этом увеличиваются, что соответствует физике моделируемого явления.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №№ 12-01-00955, 12-01-97022).

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Лапин А. В. *Об исследовании некоторых нелинейных задач теории фильтрации* // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1979. – Т. 19. – № 3. – С. 689–700.
2. Ентов В. М., Панков В. Н., Панько С. В. *Математическая теория целиков остаточной вязкопластичной нефти*. – Томск: Изд-во Томского государственного университета, 1989. – 196 с.

В. В. Бандеров, В. С. Желтухин, В. Ю. Чебакова
Казанский (Приволжский) федеральный университет,
Victor.Banderov@ksu.ru, vzheltukhin@gmail.com,
vchebakova@mail.ru

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС РАСЧЕТА ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ЕМКОСТНОГО РАЗРЯДА В АРГОНЕ

Рассмотрена задача о нахождение основных параметров нестационарного высокочастотного емкостного (ВЧЕ) разряда пониженного давления в одномерном приближении, которая,